



## Minnetale over Helge Arnulf Tverberg

holdt på møte i Bergen  
4. november 2021

*Helge Tverberg*

Av Hans Munthe-Kaas

Helge Arnulf Tverberg sin bortgang 28. desember i fjor markerte slutten på en æra ved Matematisk Institutt i Bergen, der han hadde hatt sitt daglige virke i over 60 år. Tverberg var sentral i oppbyggingen av instituttet, og han utgjorde sammen med sin veileder Ernst Selmer de to internasjonalt mest markante matematikerne fra Bergen.

Helge var født i 1935 og vokste opp på Møhlenpris. Han viste i tidlig alder talent for matematikk, interesserte seg for matematikknotter, og vant Kronprinsens premie i matematikk-konkurransen for gymnasiaster.

I 1954 begynte han med studier ved det nye matematikk-instituttet i Bergen som var opprettet fem år tidligere. To år senere ankom Ernst Selmer som nyutnevnt professor. Tverberg tok hovedfag for Selmer i 1958 og ble umiddelbart etterpå ansatt som universitetslektor. Han ble dosent i 1965, professor i 1971 og innvalgt i DNVA i 1988.

Tverberg viste en bred interesse for matematikk, og da han som student ble ansvarlig for det lille instituttbiblioteket med cirka 100 bøker, laget han en timeplan for å lese samtlige! Bredden er tydelig i hans tidlige matematiske produksjon. Allerede før avsluttet hovedfag hadde han to publikasjoner, en om Selberg-ulikheter og en bemerkelsesverdig notis om Claude Shannons legendariske informasjons-funksjon fra 1948. Denne funksjonen måler informasjonsinnholdet i en tekst, og er grunnlaget for all moderne datakommunikasjon. Tverberg viste i sin korte notis at funksjonen kunne bevises entydig under mer generelle forutsetninger enn hva Shannon la til grunn.

Å etablere nye elegante bevis for tidligere etablerte sannheter, og å finne innsiktsfulle bevis for uløste formodninger er et varemerke for Tverberg sin produksjon. Ett eksempel er det klassiske Jordan-kurve teoremet i topologi: «En 'Jordan-kurve', dvs. en sammenhengende lukket kurve i planet som ikke krysser seg selv, deler planet i to sammenhengende komponenter, innsiden og utsiden av kurven.» Tverberg [1980] etablerer et nytt og elegant bevis for dette 'opplagte' resultatet. Han begrunner arbeidet med: «*Although the Jordan Curve Theorem is one of the best known topological theorems, there are many, even among professional mathematicians, who have never read a proof of it.*».

Mange mener at Tverbergs bevis er det enkleste.

Egenskaper til Jordan kurver engasjerte Tverberg til det siste. Han var spesielt opptatt av ulike varianter av Toeplitz formodningen: «Alle Jordan kurver inneholder fire punkter som danner et kvadrat». Dette problemet var tema i mange interessante lunsjdiskusjoner med Helge, men problemet står fortsatt uløst i den mest generelle formen.

Matematikk skiller seg fra alle andre vitenskaper ved at matematikken etablerer *sannheter*. I motsetning til fysiske teorier, som kun kan falsifiseres, vil et bevis for et matematisk teorem etablere en sannhet og en ny innsikt for all framtid. Slik er gamle grekere som Euclid og Pappus fra Alexandria udødeliggjort gjennom teoremer som er like aktuelle i dag som de var da de opprinnelig ble etablert for 2000 år siden. Tverberg er udødeliggjort gjennom sitt arbeide fra 1964 som etablerer det som nå er kjent som *Tverbergs Teorem* innen *konveks kombinatorisk geometri*. Bakgrunnen for arbeidet er en svært morsom historie og Tverbergs teorem er så konkret at det (kanskje?) kan forklares til ikke-matematikere:

Et sett av  $n$ -punkter i et rom danner en *konveks innhylling* som omfatter alle de  $n$ -punktene og alle andre punkter i rommet som ligger i rommet mellom disse, det vil si alle vektete gjennomsnitt av punktene, der vektene ligger mellom 0 og 1. Et grunnleggende spørsmål er hvordan  $n$  punkter kan deles inn grupper som danner overlappende konvekse innhyllinger. Ett slikt resultat er Radons teorem fra 1921 som sier at fire punkter i planet alltid kan deles i to mengder som danner overlappende konvekse innhyllinger, og mer generelt at  $d+2$  punkter i  $d$ -dimensjonalt rom kan deles i to delmengder med overlappende konvekse innhyllinger. Tverbergs teorem fra 1966 er en vidtrekkende generalisering som etablerer at tilstrekkelig mange punkter i et  $d$ -dimensjonalt rom *alltid* kan deles inn i  $r$  delmengder med overlappende konvekse innhyllinger. Presist: «Alle mengder av  $(d+1)(r-1)+1$  punkter i  $d$ -dimensjonalt rom kan deles i  $r$  delmengder med overlappende konvekse innhyllinger.»

Tverberg var interessert i slike problemer da han deltok i den *Internasjonale Kongress for Matematikere* i Stockholm i 1962, der han traff Bryan John Birch, som delte Tverbergs interesser. Birch er en av de store matematikerne fra det 20. århundre, mest kjent fra *Birch og Swinnerton-Dyer formodningen* i tallteori, som er ett av syv matematiske millennium-problemer der Clay instituttet har utlovet 1 million dollar i dusør for en eventuell løsning. Tverberg fikk støtte fra Meltzerfondet for å besøke Birch i Manchester i 1964. Han ble innlosjert i et kaldt rom med mynt-automat for oppvarming. Tverberg skriver selv:

*I recall that the weather was bitterly cold in Manchester. I awoke very early one morning shivering, as the electric heater in the hotel room had gone off, and I did not have an extra shilling to feed the meter. So, instead of falling back to sleep, I reviewed the problem once more, and then the solution dawned on me! I explained it to Birch, and, after an agreeable day of mathematical conversation with him, returned to Norway to start writing up the result.*

Gjennom dette arbeidet ble Tverbergs navn udødeliggjort. Teoremet har gitt inspirasjon til mange ulike generaliseringer, for eksempel *Coloured-Tverberg theorems* og *Topological Tverberg theorems*, og det har mange ulike anvendelser. Området er fortsatt et aktivt forskningsfelt som presenteres i oversiktsartikkelen *Tverberg's Theorem is 50 Years Old*, i *Bulletin of the American Mathematical Society*, 2018.

Elegante bevis for kombinatoriske problemer ble et varemerke for Tverbergs forskning. Den store kombinatorikeren Paul Erdős likte å snakke om «*The Book*» der Gud holder de perfekte bevisene for viktige matematiske teoremer. Erdős sa: «You don't have to believe in God, but you should believe in *The Book*.»

Da Martin Aigner og Günter Ziegler publiserte *Proofs from THE BOOK* i 1998, ble et av Tverbergs arbeider om partisjoner (oppdelinger) av grafer tatt med som et eksempel på bevis av *guddommelig eleganse*. Boka som er utkommet i 6 opplag, på 14 ulike språk ble hyllet med AMS Steele Prize for matematisk formidling 2018.

Helge Tverberg var selv interessert i matematisk formidling. Han drev i mange år en ukentlig problemspalte i Bergens Tidende, og forsøkte ivrig å formidle sine resultater i en allment tilgjengelig form. Helge Tverberg var en ungdommelig og humoristisk kollega, elsket av alle ved instituttet. Han hadde alltid en vits eller en anekdote på lur, eller en liten lapp med et lite

eller stort matematisk problem som han trakk opp fra brystlommen og delte ved lunsjbordet. Hans entusiasme for matematikk, Woody Allen, Derrick, Fleksnes og jazzmusikk smittet over på hele kollegiet.

Hans jazz-favoritt, Artie Shaw, oppsummerer Tverbergs evig unge, nysgjerrige søken i sitatet: «If you don't see the wonder in the most ordinary phenomenon, you're not going to resonate very much».

Da Helge Tverberg gradvis trakk seg tilbake for noen år siden, etterlot han seg et tomrom som ingen kan fylle.

*Vi lyser fred over Helge Arnulf Tverberg sitt minne.*